「詳解 大学院への数学 (微分積分編)」(東京図書 2014) 正誤表 (2019.03.06 現在)

ご指摘頂いた部分について，以下に訂正を記します．読者諸氏にはご迷惑をお掛けし，大変申し訳御座いません．

p.17 練習問題 5 (2) 分母の次数は 2 ではなく 3 でした．

(誤) $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{r^2+2\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 - r\frac{d^2r}{d\theta^2}}{\left(\frac{dr}{d\theta}\cos\theta - r\sin\theta\right)^2}$　　(正) $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{r^2+2\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 - r\frac{d^2r}{d\theta^2}}{\left(\frac{dr}{d\theta}\cos\theta - r\sin\theta\right)^3}$

p.69 下から 4 行目 不等式の評価に誤りがありました．以下は金子様より頂いたものをそのまま掲載いたします：

問題の設定は、$(0 \leq x \leq \frac{1}{2})$, $(1 < M < N)$ として

$$S_N = \sum_{n=1}^{N} x^{2n}, \qquad S_N - S_M = \sum_{n=M+1}^{N} x^{2n}$$

です．本文では

$$S_N - S_M = x^{2(M+1)} \frac{1-x^{2(N-M)}}{1-x^2} \leq \frac{1}{4^{M+1}} \frac{1-\frac{1}{4^{N-M}}}{1-0} < \frac{1}{4^{M+1}}$$

という評価が示されています．

しかし，この式の $\leqq$ は一般には成立しません．理由は次の通りです．

* $x^{2(M+1)} \leq (1/2)^{2(M+1)} = 1/4^{M+1}$ は式を大きくする置換なので妥当です．
* 一方で $(1-x^{2(N-M)})/(1-x^2)$ を $((1-1/4^{N-M})/(1-0))$ に置換すると，分子を小さく，分母を大きくしており，比は小さくなります． 上から評価する途中で値を小さくしてしまうと，不等式の向きは保てません． 実際に，例えば $x = \frac{1}{2}, M = 1, N = 3$ では

$$S_N - S_M = (\frac{1}{2})^4 + (\frac{1}{2})^6 = \frac{5}{64} \approx 0.078125$$

ですが，右端は $(1/4^{M+1} = 1/16 = 0.0625)$ ですから $(S_N - S_M < 1/4^{M+1})$ は偽になります（反例）．

同じ出発式

$$S_N - S_M = x^{2(M+1)} \frac{1-x^{2(N-M)}}{1-x^2}$$

から，常に成り立つ不等式を作るには以下のようになると思います．

1. $(x^{2(M+1)} \leq \frac{1}{4^{M+1}})$
2. 分母 $(1-x^2 \geq 1-(1/2)^2 = \frac{3}{4})$ より $(\frac{1}{1-x^2} \leq \frac{4}{3})$
3. 分子 $(1-x^{2(N-M)} \leq 1)$

以上より

$$S_N - S_M \leq \frac{1}{4^{M+1}} \cdot \frac{1}{1-x^2} \leq \frac{1}{4^{M+1}} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{3 \cdot 4^M}$$

これは (x,N) に依存しない不等式になります．

※ 途中の評価を反例込みでご指摘頂き，他の方にも読んで頂きたいと思ったので，金子様より許可を頂き，そのまま掲載させて頂きました．改めまして感謝です!

p.85 3 行目の表 (2) の基本関係式に誤りがありました：

$$(誤)\quad 1^2 + \tan\theta = \sec^2\theta \qquad (正)\quad 1^2 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

p.103 最後から 1 行目 基本問題 7 (3) の収束を保証する不等式に誤りがありました．

$$(誤)\quad \frac{x^{\alpha}\log x}{(1+x)^n} \le x^{\beta}\log x \qquad (正)\quad \frac{x^{\beta}\log x}{(1+x)^n} \le x^{\beta}|\log x|$$

p.106 6 行目 (誤) 評価の再 (正) 評価の際

※ 金子様よりご指摘頂きました．ありがとうございました．

p.107 解答の下から 2 行目 不等式 $x^{t_0}\cdot x^{t-1}e^{-x} \le x^{t_0-t+1}e^{-x}$ は $0<t<1$ ならば正しいが，$t \ge 1$ のときは間違いである．(3) 全体を次のように修正する：

(3) $t>0$ に対し $t+1<m$ となる整数 m をとれば，$x \ge 1$ に対し

$$x^2\cdot x^{t-1}e^{-x} = x^{t+1}e^{-x} \le \frac{x^m}{e^x} = \frac{x^m}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots} \le \frac{x^m}{\frac{x^{m+1}}{(m+1)!}} = \frac{(m+1)!}{x}$$

より $x\to\infty$ ならば $x^2\cdot x^{t-1}e^{-t}\to 0$ となるから，この広義積分は収束する．

p.186 解答の 3 行目以降 極座標で $x^2+y^2=r^2$ なので，変換後は

$$(誤)\quad F(\rho) = \textstyle\iint_{D'} r^{-\alpha/2} r\,dr\,d\theta \qquad (正)\quad F(\rho) = \textstyle\iint_{D'} r^{-\alpha} r\,dr\,d\theta$$

この訂正に伴い，3 行目以降の解答を次のように訂正します．

$$F(\rho) = \iint_{D'} r^{-\alpha} r\,dr\,d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\int_1^{\sqrt{\rho}} r^{-\alpha+1}dr\right)d\theta = \frac{\pi}{2}\int_1^{\sqrt{\rho}} r^{-\alpha+1}dr$$

$$\alpha \ne 2 \text{ のとき } F(\rho) = \frac{\pi}{2}\cdot\left[\frac{1}{-\alpha+2}r^{-\alpha+2}\right]_1^{\sqrt{\rho}} = \underline{\frac{\pi}{-2\alpha+4}(\rho^{-\frac{\alpha}{2}+1}-1)}.$$

$$\alpha = 2 \text{ のとき } F(\rho) = \frac{\pi}{2}\cdot\Big[\log r\Big]_1^{\sqrt{\rho}} = \underline{\frac{\pi}{4}\log\rho}$$

(2) $\alpha>2$ のとき $-\dfrac{\alpha}{2}+1<0$ より $\rho^{-\frac{\alpha}{2}+1}\to 0$ だから $F(\rho)$ は収束する． $\alpha=2$ のとき $F(\rho)=\frac{\pi}{2}\log\rho\to+\infty$. $\alpha<2$ のとき $-\dfrac{\alpha}{2}+1>0$ より $\rho^{-\frac{\alpha}{2}+1}\to+\infty$，従って $F(\rho)$ は発散する．

以上まとめて $F(\rho)$ は $\underline{\alpha\le 2 \text{ のとき発散}}$，$\underline{\alpha>2 \text{ のとき} \dfrac{\pi}{2\alpha-4} \text{ に収束する}}$.

※　凡ミスです．　申し訳御座いません．

p.250 第 7 章 標準問題 1 (a) の答 (下から l.3)

(誤)　$\frac{5\sqrt{6}}{92}\pi a^3$,　　　　(正)　$\frac{5\sqrt{6}}{96}\pi a^3$.

p.274 第 1 章 練習問題 1 (2) (p. 5) の解答

(誤)　$y' = \left(\frac{\log x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\sin^{-1} x}{x}\right) x \sin^{-1} x$,　　　　(正)　$y' = \frac{2x \sec^2 \ln(x^2+1)}{(x^2+1)\{1-tan^2 \ln(x^2+1)\}^{1/2}}$.

p.274 第 1 章 練習問題 4 (1) (p. 15) の解答

(誤)　$y^{(n)} = (-1)^n n! \left\{\frac{1}{(x-1)^{n+1}} - \frac{1}{(x+1)^{n+1}}\right\}$,　　　　(正)　$y^{(n)} = \frac{1}{2}(-1)^n n! \left\{\frac{1}{(x-1)^{n+1}} - \frac{1}{(x+1)^{n+1}}\right\}$

p.277 第 5 章 2 (2) の解答，1 行目　最初の不等式の範囲は以下の通り：

(誤)　$\frac{3}{4} \leq 1 - \frac{\sin^2 2\theta}{4} \leq \frac{5}{4}$,　　　　(正)　$\frac{3}{4} \leq 1 - \frac{\sin^2 2\theta}{4} \leq 1$

p.277 第 5 章 2 (2) の解答，3 行目

(誤)　$I = 4\sqrt{\pi}K(1/2)$,　　　　(正)　$I = \sqrt{\pi}K(1/2)$

p.277 第 6 章 3 (2) の解答

(誤)　$z = \frac{t^4}{2}(x = y = \frac{z}{\sqrt{2}}$,　　　　(正)　$z = \frac{t^4}{2}(x = y = \frac{t}{\sqrt{2}}$