

P.27 1 (1) 条件 (I) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} //$$

(2) 条件 (IV) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} - 2 \times \textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} //$$

(3) 条件 (IV) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3} - \textcircled{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} //$$

(4) 条件 (II), (IV) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{2} - \textcircled{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{2} \times (1/2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} //$$

(5) 簡約。

(6) 条件 (III) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} //$$

(7) 条件 (IV) を満たさない。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1} - \textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} //$$

P.27 2. 省略.

P.27 3. 階数毎に考へ:

$$\text{階数 } 0 \text{ あり} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{階数 } 1 \text{ あり} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{階数 } 2 \text{ あり} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & * & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{階数 } 3 \text{ あり} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P.27 4

$$(1) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{①}-2 \times \text{②}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{①} \leftrightarrow \text{②}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 2 \parallel$$

$$(2) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{②}-\text{①}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{①}+2 \times \text{②}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{②} \times (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 2 \parallel$$

$$(3) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{②}-2 \times \text{①}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{①} \leftrightarrow \text{②}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 2 \parallel$$

$$(4) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3}-2\times\textcircled{1}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3}-\textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\textcircled{3}\times(1/4)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \textcircled{1}-2\times\textcircled{3} \\ \textcircled{2}+3\times\textcircled{3} \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 3 \parallel$$

$$(5) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1}-\textcircled{3}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{2}\times(1/2)} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} \textcircled{1}\rightarrow\textcircled{3}\rightarrow\textcircled{1} \\ \textcircled{1}\rightarrow\textcircled{2}\rightarrow\textcircled{1} \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 3 \parallel$$

$$(6) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -5 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{2}-\textcircled{1}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -6 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3}+2\times\textcircled{1}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\textcircled{3}\times(1/2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 2 \parallel$$

$$(7) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \textcircled{2}-\textcircled{1} \\ \textcircled{3}-\textcircled{1} \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 & -2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{3}-2\times\textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\textcircled{2}\times(-1/2)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\textcircled{1}-3\times\textcircled{2}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \parallel \quad \text{rank } A = 2 \parallel$$