No.

DATE

P.18 1

(2) $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=2 \\ -x_1 \quad +3x_3=8 \\ \quad x_2-2x_3=-4 \end{cases} \iff \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ -4 \end{bmatrix}$

係数行列 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, 拡大係数行列 $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \end{array}\right]$

(1)も同様. 省略

P.18 2

(2) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \iff \begin{cases} 3x_1 \quad +x_3=-1 \\ x_1-x_2+2x_3=0 \end{cases}$ //

(1)も同様. 省略

P.18 3

(1) $x_1\mathbb{b}_1+x_2\mathbb{b}_2=\mathbb{a} \iff x_1\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}+x_2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\iff \begin{bmatrix} 3x_1+x_2 \\ -x_1+x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

この x_1, x_2 に関する連立一次方程式を解いて $x_1=-\frac{3}{4}$, $x_2=\frac{1}{4}$. 従って
$\mathbb{a}=-\frac{3}{4}\mathbb{b}_1+\frac{1}{4}\mathbb{b}_2$ //

(2) $x_1\mathbb{b}_1+x_2\mathbb{b}_2=\mathbb{a} \iff \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

第3式 $x_2=1$ を第1式に代入すると $x_1=-1$. 一方 第2式に代入すると $x_1=-\frac{1}{3}$ となり
矛盾する. 故に $\mathbb{a}$ を $\mathbb{b}_1, \mathbb{b}_2$ の一次結合として表わす事は出来ない.

No.

DATE

P.18 4.

(1) $x_1\mathbf{b}_1 + x_2\mathbf{b}_2 = \mathbf{a} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}1&2\\2&3\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a\\2\\3\end{bmatrix}$

右辺,第2,3式より $x_1=7, x_2=-4$ となるから,第1式より $7+2\times(-1)=a$. すなわち $\mathbf{a}$が $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ の1次結合で表わされるには $a=-1$〃 でなければならない.

(2) $x_1\mathbf{b}_1 + x_2\mathbf{b}_2 = \mathbf{a} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}1&2\\-1&1\\1&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\a\\b\end{bmatrix}$

右辺第1式 $x_1+2x_2=0$ を第2,3式に代入すると $3x_2=a$ かつ $x_2=b$ となる.
故に $\mathbf{a}$が $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ の1次結合で表わされるには $b=\frac{a}{3}$〃 でなければならない.

P.18 6.

$\mathbf{w} = x_1\mathbf{v}_1+\cdots+x_s\mathbf{v}_s$, $\mathbf{v}_i = a_{1i}\mathbf{u}_1+\cdots+a_{ri}\mathbf{u}_r$ だとすると

$$\mathbf{w} = x_1(a_{11}\mathbf{u}_1+\cdots+a_{r1}\mathbf{u}_r)+\cdots+x_s(a_{1s}\mathbf{u}_1+\cdots+a_{rs}\mathbf{u}_r)$$
$$= (a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1s}x_s)\mathbf{u}_1+\cdots+(a_{r1}x_1+a_{r2}x_2+\cdots+a_{rs}x_s)\mathbf{u}_r$$

より $\mathbf{w}$ は $\mathbf{u}_1,\cdots,\mathbf{u}_r$ の1次結合で表わされる事が分かる.

P.18 5 は本問と同様なので省略.